Investition & Finanzierung

Probeklausur

Univ.-Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler

Freie Universität Berlin

Evaluation 2016-23: Nicht gefallen hat mir . . . ◁ 2 ▷

"nicht genug Präsenzübungen" Welchen Nutzen sollen diese bringen (TAs, Mitarbeiter, Sprechstunde)? Sie müssen vor allem selber üben.

"VL zu abstrakt/praxisfern" Das ist der Sinn universitärer Ausbildung.

Meinen Sie nicht vielleicht "VL zu kompliziert"? Die Praxis ist im Allgemeinen noch viel komplizierter (Beispiel: Svensson-Methode).

Evaluation 2024

Aufgefallen ist mir folgendes

1. “50 Studierende gaben Feedback” – (viel) weniger als vor Pandemie.
2. Einige bitten um Live-Übungen. Falsches Lernverhalten?

Oft gestellte Fragen

Aus den FAQ (Stand heute)

FAQ Klausur (Blackboard)

1. Kein Multiple Choice,
2. 90 Minuten = 90 Punkte (hier: 75 Minuten),
3. Schwergewicht auf Rechenaufgaben,
4. auch Theoriefragen werden dabei sein,
5. Spickzettel (A4) erlaubt,
6. wichtig nicht “ganze Sätze”, sondern “konsistente und (für uns) nachvollziehbare Argumentation”,
7. . . .

Hinweis

Wenn Sie unsicher/verwirrt sind:

Schreiben Sie auf, was Sie gerade denken:

- "In der Aufgabe ist doch ein Fehler, weil eigentlich gelten muss. . ."
- "Ich kriege i nicht heraus und setze jetzt mal $i = 10\%$ um weiterzurechnen. . ."

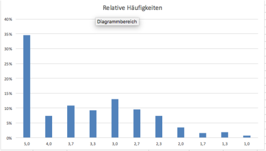
<u>Eventuell</u> gibt es dafür Punkte.

Bewertung

Evaluation (Rückseite)
FAQ
Probeklausur (Auswahl)

In der Vergangenheit lag die Durchfallquote bei ca. $\frac{1}{3}$ (inkl. Wiederholungsklausur, "Schieben" nicht berücksichtigt).

Bewertet wird mit "grading on the curve", d.h.[1]



Notenverteilung SS 2015 (links 5,0)

1,0 bis 1,3	die besten 3-5%
1,7 bis 2,3	die nächsten 12-15%
2,7 bis 3,3	die nächsten 20-25%
3,7 bis 4,0	die letzten 20-25%
bestanden	(Summe) ca. $\frac{2}{3}$

[1] Sinngemäß so in der RSPO §18.

Probeklausur: Aufgabe 1a)

Evaluation (Rückseite)
FAQ
Probeklausur (Auswahl)

Frau O möchte ihr Dach in 10 Jahren erneuern. Wie viel Geld muss sie heute bei einem Zinssatz von $3,5\%$ anlegen, damit sie über die benötigten 101.000 EUR verfügt?

Lösung:

$$\begin{aligned} K_0 &= K_n \cdot (1+i)^{-n} \\ K_0 &= 101000 \cdot (1+0,035)^{-10} \\ K_0 &= 71.600,80 \end{aligned}$$

O müsste heute $71.600,80$ EUR anlegen.
(Fünf Ziffernregel: Angabe “71601” genügt vollständig.)

Probeklausur: Aufgabe 1c)

Frau O entscheidet sich nun, ihre Ersparnisse in Höhe von 70.000 EUR auf das gemeinsame Familienkonto mit $3,5\%$ konstantem Jahreszins zu legen. Nach 9 Jahren befinden sich 144.000 EUR auf diesem Konto. Wie viel Geld befand sich zum Zeitpunkt der Einzahlung bereits auf dem Konto?

Lösung:

$$\begin{aligned}
K_0 &= \frac{K_n}{(1+i)^n} \\
K_0 &= \frac{144.000}{(1+0,035)^9} \\
K_0 &\approx 105.677,26 \\
K_{Familie} = K_0 - 70.000 &\approx 105.677,26 - 70.000 \\
K_{Familie} &\approx 35.657,26
\end{aligned}$$

Probeklausur: Aufgabe 2a)

Zinssatz sei $i = 2\%$.

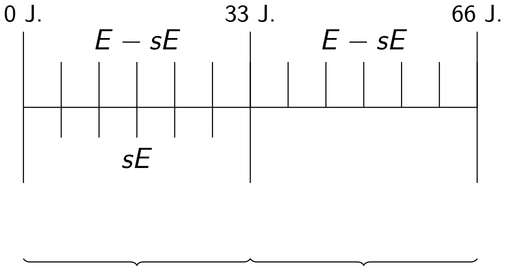
Sie planen eine konstante Sparquote $s \in [0, 100\%]$. Sie werden 33 Jahre arbeiten und anschließend 33 Jahre von Ersparnissen leben. Ihr Ziel: konstantes Konsumniveau über 66 Jahre. Ihr jährliches Einkommen E bleibe in den ersten 33 Jahre konstant.

Wie hoch muss s sein?

Probeklausur: Lösung Aufgabe 2a)

Lösungsidee:

Man spart in den ersten 33 Jahren sE und hat damit $E - sE$ für den Konsum. In der Rentenphase muss auch so viel für Konsum übrig sein: $E - sE$. Dieses Geld kommt aber aus der Ansparung der ersten 33 Jahre, also sE. Im Jahr 33 sind damit Endwert der Ansparperiode gleich Barwert der Rentenperiode.



Endwert R_n aus sE=Barwert R_0 von $E - sE$

Probeklausur: Lösung Aufgabe 2a)

Zuerst die Rentenperiode, hier Barwert notwendig

$$R_0 = (E - sE) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

$$R_0 = E\,(1-s) \cdot \frac{1,02^{33} - 1}{1,02^{33} \cdot 0,02}$$

Jetzt Ansparperiode, hier Endwert notwendig

$$R_n = sE \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$R_n = sE \cdot \frac{1,02^{33} - 1}{0,02}$$

Zuletzt R_0 und R_n gleichsetzen

$$\begin{aligned} 23,989\,(1-s) &= 46,112\,s \\ 23,989 &= 70,1\,s \\ s &= 0,3422 \end{aligned}$$

Probeklausur: Aufgabe 3a)

Der Kapitalmarkt ist vollkommen und der Zinssatz beträgt 8%.

G gründet ein Nagelstudio. Die Anfangsinvestition beträgt 100.000 EUR, die variablen Kosten betragen 6 EUR pro "Anwendung" und die jährlichen Fixkosten 24.000 EUR. Die Zahl der "Anwendungen" A bleibt konstant, eine Anwendung kostet P.
Nach 5 Jahren möchte G in Rente gehen. Zu diesem Zeitpunkt fällt kein Liquidationserlös an.

Stellen Sie die Kapitalwertgleichung für Gs Unternehmensgründung als Funktion von A auf. Gehen Sie vereinfachend davon aus, dass alle Kosten und Aufwendungen jeweils zum Periodenende in $t = 1 \ldots T$ fällig werden.

Es gilt

$$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+i)^t}$$

$$NPV = -100.000 + \sum_{t=1}^{5} \frac{(P-6)A - 24.000}{(1+0,08)^t},$$

Aufgabe b: Wie viele "Anwendungen" zum Preis von 60 EUR muss G durchführen, wenn er einen Kapitalwert in Höhe der Anfangsinvestition erreichen möchte?

Probeklausur: Lösung Aufgabe 3b)

$$100.000 = NPV = -100.000 + \sum_{t=1}^{5} \frac{(60-6)\,A - 24.000}{(1+0,08)^t}$$

$$200.000 = (54\,A - 24.000) \cdot \sum_{t=1}^{5} \frac{1}{(1+0,08)^t}$$

$$50.091,29 = 54\,A - 24.000$$

$$A = 1.372,06$$

G muss ca. 1.372 “Anwendungen” durchführen.

Probeklausur: Aufgabe 3d)

G erkennt nun, dass seine Ein- und Auszahlungen doch nicht konstant sind und entwirft folgenden Plan mit sicheren Cashflows.

CF_0	CF_1	CF_2	CF_3	CF_4	CF_5
−100.000	37.500	25.000	32.000	26.000	37.000

Bestimmen Sie den internen Zinssatz für Gs Investition.

Hinweis: Wenn Sie eine lineare Interpolation durchführen, empfehlen wir mit den Zinssätzen 1% und 20% zu starten.

Probeklausur: Lösung Aufgabe 3d)

Wir stellen $f(\cdot)$ auf:

$$f(i) = NPV = 0$$

$$f(i) = -100.000 + \frac{37.500}{1+i} + \frac{25.000}{(1+i)^2} + \frac{32.000}{(1+i)^3} + \frac{26.000}{(1+i)^4} + \frac{37.000}{(1+i)^5}$$

Die Anfangszinsen sind nun

$$i_0 = 1\%$$

$$f(i_0) = -100.000 + \frac{37.500}{1,01} + \frac{25.000}{1,01^2} + \frac{32.000}{1,01^3} + \frac{26.000}{1,01^4} + \frac{37.000}{1,01^5}$$

$$\approx 52.884,7182$$

und

$$i_1 = 20\%$$

$$f(i_1) = -100.000 + \frac{37.500}{1,2} + \frac{25.000}{1,2^2} + \frac{32.000}{1,2^3} + \frac{26.000}{1,2^4} + \frac{37.000}{1,2^5}$$

$$\approx -5.462,32$$

Probeklausur: Lösung Aufgabe 3d)

Evaluation (Rückseite)
FAQ
Probeklausur (Auswahl)

Jetzt beginnt die Iteration

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{i_1 f(i_0) - i_0 f(i_1)}{f(i_0) - f(i_1)} \\ &= \frac{0,2 \cdot 52.884,7182 - 0,01 \cdot (-5.462,32)}{52.884,7182 - (-5.462,32)} \\ &= 0,1822 \\ f(i_2) &\approx -1692,66 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} i_3 &= \frac{i_2 f(i_0) - i_0 f(i_2)}{f(i_0) - f(i_2)} \\ &= \frac{0,1822 \cdot 52.884,7182 - 0,01 \cdot (-1692,42)}{52.884,7182 - (-1692,66)} \\ &= 0,17687 \\ f(i_3) &\approx -510,94 \end{aligned}$$

Weiter

$$\begin{aligned} i_4 &= 0,17527 & i_7 &= 0,17461 \\ f(i_4) &\approx -152,99 & f(i_7) &\approx -4,071 \\[1em] i_5 &= 0,174798 & i_8 &= 0,1746 \\ f(i_5) &\approx -45,70 & f(i_8) &\approx -1,215 \\[1em] i_6 &= 0,17656 & &\vdots \\ f(i_6) &\approx -13,64 & &\vdots \end{aligned}$$

Ab Index 8 ändern sich die Zinssätze nicht mehr, wir haben eine Lösung.

Probeklausur: Aufgabe 4a)

Sie möchten sich ein neues Rennrad zulegen. Ein Fachhändler schlägt Ihnen dafür einen Kredit mit Ratentilgung und dreijähriger Laufzeit zu einem konstanten Zinssatz i vor. Die Annuitäten der letzten beiden Jahre betragen 1.252,40 EUR und 1.131,20 EUR.

Ermitteln Sie den Zinssatz i, den Anschaffungspreis K_0 des Rennrads und vervollständigen Sie den folgenden Tilgungsplan.

Ratentilgung ($T = 3$)

t	K_{t-1}	Z_t	T_t	A_t
1	K_0		$\frac{K_0}{3}$	
2			$\frac{K_0}{3}$	1252,4
3			$\frac{K_0}{3}$	1131,2

Probeklausur: Lösung Aufgabe 4a)

Ratentilgung ($T = 3$)

t	K_{t-1}	Z_t	T_t	A_t
1	K_0	$i\,K_0$	$\frac{K_0}{3}$	$\frac{K_0}{3} + iK_0$
2	$\frac{2}{3}K_0$	$i \cdot \frac{2}{3}\,K_0$	$\frac{K_0}{3}$	1252,4
3	$\frac{K_0}{3}$	$i \cdot \frac{1}{3}\,K_0$	$\frac{K_0}{3}$	1131,2

Benutzen wir nun, dass für die jährliche Annuität $A_t = Z_t + T_t$ gilt, so erhalten wir für den Kaufpreis K_0

$$\frac{2}{3}\,K_0 \cdot i + \frac{1}{3}K_0 = 1252,4 \qquad \text{(2. Zeile)}$$

bzw.

$$\frac{1}{3}\,K_0 \cdot i + \frac{1}{3}K_0 = 1131,2 \qquad \text{(3. Zeile)}$$

Zieht man die Gleichung "3. Zeile" von der Gleichung "2. Zeile" ab, erhält man $\frac{1}{3}\,K_0 \cdot i = 121,2$. Dies in "3. Zeile" eingesetzt ergibt $\frac{1}{3}K_0 = 1010$. Daraus $i = \frac{121,2}{1010} = 12\%$.

Probeklausur: Noch Lösung Aufgabe 4a) ◁ 22 ▷

Konkret stellt sich der Tilgungsplan dann wie folgt dar:

t	K_{t-1}	Z_t	T_t	A_t
1	3.030	363,60	1.010	1.373,60
2	2.020	242,40	1.010	1.252,40
3	1.010	121,20	1.010	1.131,20

alle Angaben in EUR.

Probeklausur: Aufgabe 5

Zwei Handlungsalternativen

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
Basiszahlungen	1.000	–200	–300	300	100
CF_t vom Südam.	–2.000	400	800	850	500
CF_t vom Nordam.	–3.500	1.500	400	900	2.000
Sollzins	17%	19%	16%	14%	
Habenzins	6%	8%	5%	4%	

Ermitteln Sie das Endvermögen für Südamerika, Nordamerika und Unterlassung in $t = 4$.

Probeklausur: Lösung Aufgabe 5

Nordam.	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
B_t	1.000	–200	–300	300	100
CF_t	–3.500	1.500	400	900	2.000
Z_t	-	–425	–308,75	–293,4	-129,80
K_t	–2.500	–1.625	–1.833,75	–927,15	1.043,05

Ein Vergleich der Endwerte zeigt, dass bei der Unterlassung ($K_4 = 1098,65$) der Endwert maximiert wird.

Probeklausur: Aufgabe 6a)

Eine Investorin weiß, dass ein aktuell laufendes Projekt in einem Jahr die Cashflows 9.000 EUR oder 1.500 EUR liefert. Sie beziffert die Wahrscheinlichkeit, dass der für sie bessere Zustand eintritt, mit $\frac{3}{5}$. Der risikolose Zinssatz beträgt 5%. Berechnen Sie den Projektwert, wenn die Investorin risikoneutral ist.

Lösung:

$$
\begin{aligned}
V^{risikoneutral} &= \frac{\mathrm{E}[\widetilde{CF_1}]}{1 + r_f} \\
V^{risikoneutral} &= \frac{\frac{3}{5} \cdot 9000 + \frac{2}{5} \cdot 1500}{1 + 0,05} \\
V^{risikoneutral} &= \frac{6000}{1,05} \approx 5.714,29
\end{aligned}
$$