

Investition & Finanzierung

7. Einblick in die Forstökonomie

Univ.-Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

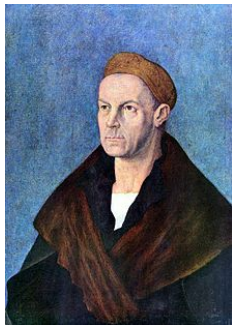
Drei Gründe, warum Forstökonomie wichtig ist:

1. Arbeitskräfte Land- und Forstwirtschaft: 0,875 Mill., Arbeitskräfte Automobilbau: 0,78 Mill.^a
2. Wälder eine der ältesten verlässlichen Anlageformen.
3. Konstante "Technologie".

^aQuelle: Statist. Bundesamt, 2023



Bilder von Douglasien



Jakob Fugger (1519,
A. Dürer)

- ▶ Staatsanleihen: viel unsicherer als heute (z.B. Default Spanische Krone 1557, 1575, 1596).
- ▶ Kapitalgesellschaften (Aktien!) nicht existent.
- ▶ Gebäude: alle Hundert Jahre verheerende Stadtbrände.

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen



Jakob Fugger (1509,
A. Dürer)

- ▶ Staatsanleihen: viel unsicherer als heute (z.B. Default Spanische Krone 1557, 1575, 1596)
- ▶ Kapitalgesellschaften (Aktien!) nicht existent.
- ▶ Gebäude: alle Hundert Jahre verheerende Stadtbrände.

1. Silberbergbau; Karl V. gekauft; 1618 im 30-jährigen Krieg alles verloren
2. Fuggerei: 1521; katholisch/arm/Augsburger, 60 qm und bis heute unter 1 Euro
3. Vanderbilt: Treffen 72 Personen im 21 Jhr, kein Milliardär mehr darunter

Economist 12 Juni 2025:

turn of the 20th century, America's census: 4,000 millionaires.

Suppose a quarter of them had at least \$5m (the richest had hundreds) and had invested it in America's stockmarket. Had they then procreated at the average rate, paid their taxes and spent 2% of their capital each year, their descendants today would include nearly 16,000 old-money billionaires. In reality, it is a struggle to find a single one who traces their fortune back to the first Gilded Age.



12% Top Renditen bei sicherem Wachstum

Trendmarkt Holz

Holz ist der wichtigste nachwachsende Rohstoff. Die Nachfrage steigt, während das Angebot sinkt. Dieses optimale Investment-Szenario bedeutet nicht nur ein extrem hohes Rendite-Potenzial, sondern zugleich ein Höchstmass an Sicherheit.

Neben bis zu 12% Rendite p.a. und mehr leisten Sie zugleich einen aktiven Beitrag zum Klima- und Regenwaldschutz. Investieren Sie jetzt in zertifizierte Teakholzbestände der

Vorsicht: Bei Waldanlagen gelten sehr viele Vorschriften zum Verbraucherschutz nicht. Man ist oft Mitunternehmer!

Bedeutung

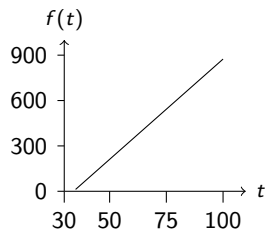
Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

Werbung für Holzanlagen





Wachstumskurve einer
Douglasie, Quelle:
Huntley/James (Eds):
Mathematical Modelling.

Bäume haben eine sehr konstante Wachstumsrate, die bis heute schwer beeinflussbar ist. Daher stellen sie einen idealen Anwendungsfall unserer Investitionsrechnung dar.

Nach t Jahren wird ein Baum gefällt (“Umtriebszeit”) und liefert $f(t)$ Holzmenge.

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen



Frucht der Douglasie

- ▶ in Eiszeit ausgestorben, durch Siedler (David Douglas) in Europa wieder aufgeforstet,
- ▶ immergrüner Baum mit Wuchshöhen bis 60 Meter in Europa,
- ▶ wächst schnell, kann Höchstalter von 400 bis über 1400 Jahren erreichen,
- ▶ Verwendung als Furnierholz (Schälholz), Ausstattungsholz (Parkett, Möbel, Vertäfelung), Konstruktionsholz für mittlere Beanspruchung (Schiffsmasten, Rammpfähle, Schwellen, Fässer).

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen



Frucht der Douglasie

- ▶ in Eiszeit ausgestorben, durch Siedler (David Douglas) in Europa wieder aufgefunden.
- ▶ immergrüner Baum mit Wuchshöhen bis 60 Meter in Europa.
- ▶ wächst schnell, kann Höchstalter von 400 bis über 1400 Jahren erreichen.
- ▶ Verwendung als Furnierholz (Schälholz), Ausstattungsholz (Parkett, Möbel, Vertäfelung), Konstruktionsholz für mittlere Beanspruchung (Schiffbau, Rammpfähle, Schwellen, Fässer).

1. größte Douglasie 147 m (höher als jeder Baum heute)
2. "Douglasie Waltraut" höchster Berg in D, etwa 67m (Freiberg?)

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

Fragestellung:

1. Nach welchem Zeitraum soll ein Baum gefällt werden, damit diese Investition einen möglichst hohen Kapitalwert besitzt? (so genannte optimale Umtriebszeit)
2. Was ist ein Waldstück, auf dem ein Baum angepflanzt werden kann, wert?

Martin Faustmann (1822-1876) hat diese Fragen beantwortet, Debatte hält bis heute an (Burkhardt, Helmedag u.a.).

Bedeutung

Fragestellung

**Faustmanns
Modell**

Erweiterungen

Annahmen:

1. Waldstück mit nur einem Baum betrachtet.
2. Ewiger Zeithorizont.
3. Holzpreis konstant.
4. Anpflanzung verursacht in $t = 0$ Kosten L . Keine Steuern.
5. Wachstumsfunktion sei $f(t)$.
6. Der Zinssatz sei konstant und betrage i .

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

Abbildung: Zahlungen und Zahlungszeitpunkte bei einer Umtriebszeit von T .

Zeitpunkt t	Tätigkeit	CF_t
0	<u>Anpflanzung</u>	$-L$
$1, \dots, T - 1$	Bewirtschaftung	0
T	<u>Fällung, Anpfl.</u>	$f(T) - L$
$T + 1, \dots, 2T - 1$	Bewirtschaftung	0
$2T$	<u>Fällung, Anpfl.</u>	$f(T) - L$
\vdots	\vdots	\vdots

Die Zahlungszeitpunkte ergeben sofort die NPV-Formel:

$$\text{NPV} = -L + \frac{-L + f(T)}{(1+i)^T} + \frac{-L + f(T)}{(1+i)^{2T}} + \dots$$

$$= -L + (f(T) - L) \left(\left(\frac{1}{(1+i)^T} \right)^1 + \left(\frac{1}{(1+i)^T} \right)^2 + \dots \right)$$

$$= -L + (f(T) - L) (q + q^2 + q^3 + \dots)$$

wenn $q = \frac{1}{(1+i)^T}$ gesetzt wird.

Es gilt $q < 1$ und damit konvergiert¹ diese unendliche Reihe zu $\frac{q}{1-q}$ oder

$$\frac{q}{1-q} = \frac{\frac{1}{(1+i)^T}}{1 - \frac{1}{(1+i)^T}} = \frac{1}{(1+i)^T - 1}.$$

¹Link zur Webseite Mathematische Elemente!

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

Einsetzen ergibt dann

$$\text{NPV} = -L + \frac{f(T) - L}{(1+i)^T - 1} \quad (1)$$

Diese Funktion muss in Abhängigkeit von T maximiert werden.

Eigentlich sind nur natürliche Zahlen für T zulässig, wir ignorieren aber dieses Detail. FOC:

$$0 = \frac{d\text{NPV}}{dT} = -\frac{(1+i)^T (f(T) - L) \ln(1+i)}{((1+i)^T - 1)^2} + \frac{f'(T)}{(1+i)^T - 1}$$

oder

$$(1+i)^T (f(T) - L) \ln(1+i) = \left((1+i)^T - 1 \right) f'(T).$$

Diese Gleichung lässt sich nicht ohne Weiteres nach T auflösen. Man muss **numerische Verfahren** anwenden.

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

Umtriebszeit einer Douglasie bei Pflanzkosten in Höhe von $L = 1$ in Abhängigkeit vom Zinssatz i .

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

Umtriebszeit T (Jahre)

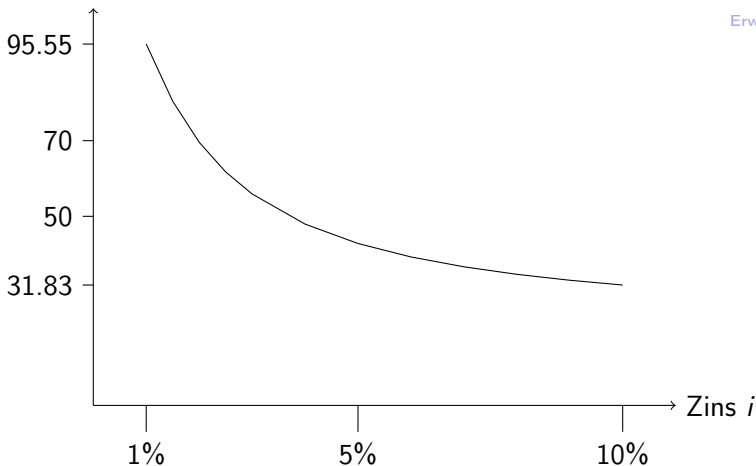


Abbildung: Wert eines Waldgrundstückes (Pflanzkosten in Höhe von $L = 1$) in Abhängigkeit vom Zinssatz i .

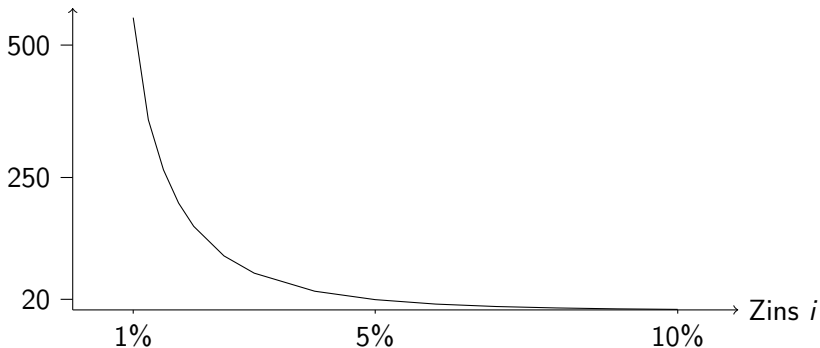
Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

Waldwert (Euro)



Annahme eines konstanten Holzpreises ist unrealistisch (Real- statt Nominalzins).

Ebenso wurden keine Steuern einbezogen. Bei Wäldern gilt: Nur die Zuflüsse werden versteuert (oder "keine Abschreibung auf stehendes Holz").

Die NPV-Gleichung ändert sich zu

$$\begin{aligned} \text{NPV}^s &= -L + \frac{(-L + f(T))(1-s)}{(1+i(1-s))^T} + \frac{(-L + f(T))(1-s)}{(1+i(1-s))^{2T}} + \dots \\ &= -L + (1-s) \frac{f(T) - L}{(1+i(1-s))^T - 1} \\ &= -L + (1-s) \frac{f(T) - L}{(1+i_s)^T - 1}, \end{aligned}$$

wenn $i_s = i(1-s)$ der versteuerte Zins ist.

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

Dies entspricht nur fast klassischen Faustmann-Formel. **Aber** bei der 1. Ableitung kürzt sich vieles weg:

$$0 = \frac{dNPV^s}{dT} = -\frac{(1+i_s)^T (f(T) - L) \ln(1+i_s)}{((1+i_s)^T - 1)^2} + \frac{f'(T)}{(1+i_s)^T - 1}.$$

Dies entspricht der klassischen Faustmann-Formel, wenn statt des Zinses i der versteuerte Zinssatz $i_s := i(1 - s)$ eingesetzt wird.

Steuereinfluss: Ersetze i durch versteuerten i_s . Das erhöht die Umtriebszeit (evtl. dramatisch).

Umtriebszeit einer Douglasie in Abhängigkeit vom **versteuerten** Zinssatz i_s : Statt 4% (unversteuert) muss man 2% (versteuert) als Zins verwenden!

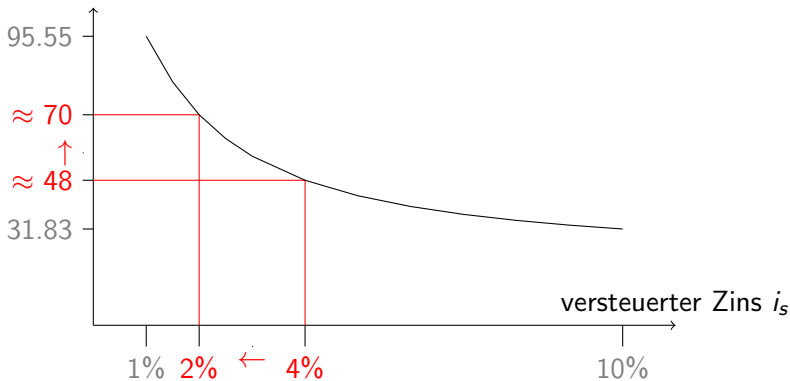
Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

Umtriebszeit T (Jahre)



Bedeutung

Fragestellung

Faustmanns
Modell

Erweiterungen

1. Forste sind ein wichtiges (aber unterschätztes) Anwendungsgebiet der Investitionsrechnung unter Sicherheit.
2. Optimale Umtriebszeiten werden mit dem Modell von Faustmann berechnet.
3. Je nach Zinssatz ergeben sich Zeiten von 50 bis 100 Jahren.
4. Es ist der versteuerte Zins zu verwenden, was auf höhere Umtriebszeiten führt.