

Investition & Finanzierung

3. Fisher-Modell

Univ.-Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler





Milton Friedman
(1912-2006)

Annahmen (auch Axiome) sind Ausgangspunkt einer Theorie; beschreiben, wann diese anwendbar sind; Annahmen sparsam formulieren

Theorien in der Ökonomie

Fishers Theorie des Zinses

Separationstheoreme

Definitionen sind Beschreibungen von Begriffen; können nur zweckmäßig oder unzweckmäßig sein

Theoreme (auch Lemma, Satz, Proposition, Korollar) sind die Hauptaussagen einer Theorie, die man empirisch prüfen kann; müssen bewiesen werden

Milton Friedman: "Annahmen einer Theorie sind immer unrealistisch. Es kommt darauf an, ob die Theoreme realistisch sind."

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheore



Stellen Sie sich vor, Sie fallen auf einer vereisten Straße und stützen sich (vergeblich) mit ihrem linken Arm ab.

Nun schmerzt der Arm außerordentlich.

Sie gehen zum Arzt.

DR. **H**OUSE
STAFFEL 1-8



Eine erfolgreiche Serie
aus den 2000ern.

Auf die Frage, warum der Arm
schmerzt, wird Ihnen geantwortet:

- ▶ Sehnenentzündung (zu viel Sport)
- ▶ ausstrahlende Herzschmerzen (Herzinfarkt)
- ▶ Karzinom im Arm, das jetzt metastasiert?

Warum ist der Arzt merkwürdig?

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheoreme

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheoren

Unser Arzt antwortet auf den Hinweis zum Unterarm-Modell

1. Auf dem Bild ist ein rechter Arm zu sehen, bei Ihnen schmerzt der linke.
2. Das ist der Arm eines Mannes, Sie sind eine Frau (oder umgedreht).
3. Dieser Unterarm sei viel kleiner als der, den Sie haben. Das Bild passt in der Größe gar nicht.
4. Sie sind tätowiert, diese Tattoos fehlen beim Modell.
5. Ihr Ehering am Ringfinger ist vergessen worden.
6. ...

“Das Modell des Unterarmes ist komplett unrealistisch und deshalb ziehen wir daraus keine Schlüsse.”

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheoreme

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheoren

“Das Modell ist komplett unrealistisch und deshalb ziehen wir daraus keine Schlüsse.”

Oft bemängelt man so vermutlich schlechte Didaktik. . .

Inv.

◀ 5 ▶

“... ein Gut; Reihe von identischen Bäumen, in t erbringt jeder Baum Früchte dieses Gutes, die sind nicht lagerfähig (sie verrotten!), Baum ist ewig haltbar. . .”

und nach einigen Rechnungen wird auf einmal gleichgesetzt

Bäume=Volkswirtschaft,
Früchte=Aktiendividenden . . .

1. Was hat eine Baumart (ein Gut!) mit ganzen Volkswirtschaften gemeinsam?
2. Seit wann “verrotten” Dividenden?
3. Was soll in diesem Modell eigentlich erklärt werden?

Das sind keine unrealistischen Annahmen, das ist **didaktisch schlecht präsentiert**.

Anmerkung: Es handelt sich um das Lucas Asset Pricing Model.

Damit keine Missverständnisse entstehen: Das Lucas Model ist großartig. Es wird nur heutzutage manchmal schlecht präsentiert.

Theorien in der Ökonomie

Fishers Theorie des Zinses

Separationstheoreme

Was kennzeichnet *erfolgreiche* ökonomische Theorien?

Inv.

◀ 6 ▶

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

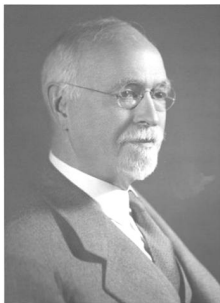
Separationstheoreme

- ▶ ~~Die Theorie muss realistisch sein.~~
- ▶ Die Theorie will ein ökonomisches Phänomen beschreiben. (Welches?)
- ▶ Die Theorie vereinfacht und stellt diesen beschriebenen Zusammenhang dar ("Theoreme").
- ▶ Dieser Zusammenhang lässt sich empirisch überprüfen (wenn nicht, nennt man das gern "puzzle").

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheoren



Irving Fisher (1867-1947)

Eine Theorie ist einflussreich, wenn sie 1) eine als wichtig empfundene Frage beantwortet und 2) möglichst einfach ist.

Das gilt insbesondere für Fishers Theorie des Zinses.

Zinssatz und Preis sind dasselbe, denn

$$\text{Preis eines zukünftigen Euro} = \frac{1\text{€}}{1 + \text{Zinssatz}}.$$

Vor Fisher nahm man an, dass auch dieser Preis sich durch Angebot und Nachfrage bestimmt:

Angebot Die Geldmenge M1 bis M3

Nachfrage Geld wird nicht konsumiert?!

Fishers Idee war eine völlig andere.

Menschen sind **ungeduldig**, was ihren Konsum angeht: Je früher konsumiert wird, desto besser. Die “Stärke dieser Ungeduld”¹ (= Zeitpräferenzrate) ist es, die den Zinssatz bestimmt!

Wir nennen nun die Annahmen von Fishers Theorie und prüfen, ob sie zu dieser Idee passen (ob sie “realistisch sind”). Danach leiten wir Fishers Theorie des Zinses her.

¹Diese Worte beschreiben die Idee vermutlich nicht ganz passend.

Annahmen Wir setzen voraus:

1. Zwei Zeitpunkte.
2. Erstausrüstung Konsum \bar{C}_0 heute, morgen keine Erstausrüstung ($\bar{C}_1 = 0$).
3. perfekter Kapitalmarkt, Kapitalmarktzins ist i .
4. alle Zahlungen sicher.
5. (differenzierbare) Nutzenfunktion.

Die Erstausrüstung dient Konsum oder wird angelegt.
Optimaler Konsum ist heute C_0 und morgen C_1 .

1. sonst mehr zu rechnen
2. sonst mehr zu rechnen
3. Sollzins \neq Habenzins wurde von Hirshleifer untersucht:
wird schnell kompliziert, ohne Grundidee zu gefährden
4. **unsichere** Zahlungen wurde von Lucas (1978)
untersucht, hier tritt Risiko hinzu (bis heute Gegenstand
aktueller Forschung, "equity premium puzzle")
5. nach welchen Regeln entscheiden jetzt Investoren? Ohne
Differenzierbarkeit ist Zeitpräferenzrate ("Stärke der
Ungeduld") nicht zu definieren.

Wie misst man "Stärke der Ungeduld"?

Wir nehmen einer Investorin in $t = 0$ ein Gut weg ($C_0 \downarrow$) und fragen sie, wie viel sie als Entschädigung in $t = 1$ mehr haben möchte ($C_1 \uparrow$). Je höher diese Menge, desto "ungeduldiger".

Erläuterung (totales Differential)

$$0 = dU(C_0, C_1)$$

Nutzenniveau **konstant**

$$0 = \frac{\partial U}{\partial C_0} dC_0 + \frac{\partial U}{\partial C_1} dC_1$$

totales Differential

$$\frac{dC_1}{dC_0} = -\frac{\partial U / \partial C_0}{\partial U / \partial C_1},$$

umstellen.

Definition (“Stärke der Ungeduld”) Die **Zeitpräferenzrate** beantwortet die Frage: Auf wie viel C_1 müssen wir pro einer Einheit C_0 verzichten, damit Nutzen konstant bleibt? Wie hoch ist $\frac{dC_1}{dC_0}$?

Formel

$$-\frac{\frac{\partial U(C_0, C_1)}{\partial C_0}}{\frac{\partial U(C_0, C_1)}{\partial C_1}}$$

Unser Ziel (Fisher): “Ungeduldigere” Menschen werden höhere Zinsen verlangen.

Was bestimmt die Höhe des Zinssatzes? ◁ 14 ▷

Inv.

Theorem In einem perfekten Kapitalmarkt ist der **Zins gleich der Zeitpräferenzrate**.

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheorem

$$-(1+i) = -\frac{\frac{\partial U(C_0, C_1)}{\partial C_0}}{\frac{\partial U(C_0, C_1)}{\partial C_1}}.$$

Beweis: Maximierungsproblem

$$\max U(C_0, C_1), \quad \text{s.t.} \quad C_1 = (1+i) \underbrace{(\bar{C}_0 - C_0)}_{\text{angelegt/geborgt}}.$$

Lagrange-Funktion

$$\mathcal{L} = U(C_0, C_1) - \lambda (C_1 - (1+i)(\bar{C}_0 - C_0)).$$

und daraus Lagrange-Gleichungen

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_0} = \frac{\partial U(C_0, C_1)}{\partial C_0} - \lambda(1+i)$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = \frac{\partial U(C_0, C_1)}{\partial C_1} - \lambda$$

und daraus unmittelbar die Behauptung von Fisher.

q.e.d.

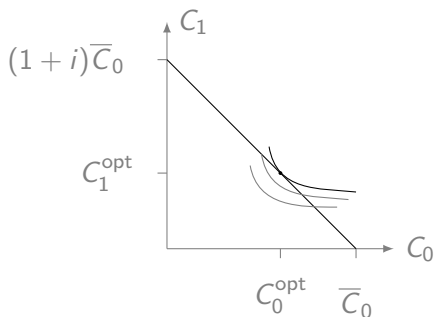


Abbildung: Fisher-Modell mit Kapitalmarkt

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheore

Bisher war nicht erkennbar, ob optimales Nutzenniveau eindeutig ist. Das ist aber wichtig, sonst erklärt unsere Theorie nichts:

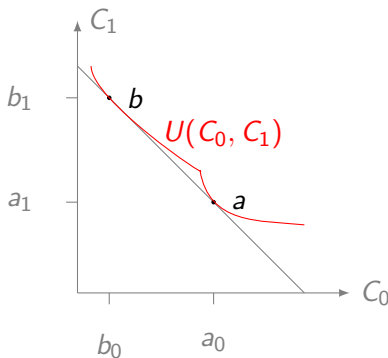


Abbildung: Zwei optimale Portfolios

Wie vermeiden wir solche Situationen?

Wir müssen annehmen, dass unsere Nutzenfunktionen nicht so aussehen wie auf der vorigen Folie. Zu diesem Zweck

Definition Eine Nutzenfunktion heißt strikt quasikonkav, wenn sie die folgende Eigenschaft besitzt:

Wir wählen zwei beliebige Punkte auf einer Indifferenzkurve und verbinden sie miteinander.

Die Nutzenfunktion ist strikt quasikonkav, wenn jeder Punkt auf der Verbindungslinie besser als die beiden Ausgangspunkte ist.

Annahme Die Investorin hat strikt quasikonkave Nutzenfunktionen.

Früher waren negative (nominale) Zinssätze nicht existent.
Folgt auch aus dem Fisher-Modell, dass immer $i \geq 0$ gilt?

Nein! Vielmehr können wir nur beweisen, dass $i > -100\%$
gelten muss: Denn wenn $i \leq -100\%$, dann muss man für
einen geborgten Euro heute weniger als 0 Euro morgen
zahlen. Das kann nicht sein.

Was muss vorausgesetzt werden, damit auch $i \geq 0$ gilt?

Wir müssen annehmen, dass **Geld lagerfähig** ist.^a Borgt man jetzt einen Euro, wird man mindestens diesen Euro zurückzahlen müssen.

^aGegenbeispiele sind Lagerkosten, Inflationen, Währungsreformen, Bankkrisen.



Zimbabwe-\$ 2006.

Fisher konnte mit diesem Modell auch erklären, wieso es überhaupt Unternehmen gibt:

Wieso kann (bei einer Kapitalgesellschaft) eigentlich Geschäftsführung und Eigentum getrennt werden? Handeln Vorstandsvorsitzende immer im Interesse der Eigentümerinnen?² Und wieso können sich (in einer Personengesellschaft) mehrere Finanziers eines Unternehmens einigen?

Weil man Investitionsentscheidung (“Geschäftsführerin”) und Konsumententscheidung (“Eigentümerin”) trennen, **separieren** kann.

²Unter Unsicherheit muss das nicht mehr so sein: Prinzipal-Agenten-Theorie.

Annahmen Wir setzen voraus:

1. Es gibt mehrere Zeitpunkte.
2. Eine Investorin verfügt über ein Investitionsprojekt, das I_0 kostet und **sichere** Cashflows in Höhe von CF_t generiert.
3. Die Investorin kann am Kapitalmarkt Geld zum Zins i anlegen sowie borgen.
4. Die Investorin entscheidet so, als ob sie eine Nutzenfunktion besitzt.

Die Investorin erhält Basiszahlungen in Höhe von M_t unabhängig vom Projekt. Die Konsumzahlungen der Nutzenfunktion werden wir mit C_t bezeichnen.

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheorem

Separationstheorem Unter den formulierten Annahmen gilt

1. Investitionsentscheidungen sind delegierbar (oder: Investitions- und Konsumentscheidungen sind separierbar).
2. Mehrere Finanziers können einmütige Entscheidungen treffen.

Beweis: Ein rationaler Investor maximiert den mehrperiodig definierten Nutzen

$$\max U(C_0, C_1, \dots, C_T)$$

unter Einhaltung folgender Nebenbedingungen:

$$K_0 = M_0 - C_0 - I_0$$

$$K_t = M_t - C_t + CF_t + (1 + i) \cdot K_{t-1} \quad \forall t, 0 < t \leq T$$

$$K_T = 0.$$

Aus den Nebenbedingungen haben wir in der letzten Vorlesung eine Gleichung zum Endvermögen hergeleitet. Sie lautet umgestellt

$$\underbrace{0}_{\text{neu!}} = K_T = \underbrace{\sum_{t=0}^T (M_t - C_t)(1+i)^{T-t}}_{\text{vormals projektunabhängig}} + (1+i)^T \underbrace{\left(-I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+i)^t} \right)}_{=NPV}$$

Bei positivem NPV kann dies nur erfüllt sein, wenn der Konsum gegenüber der Unterlassung (mit $NPV=0$) steigt. Wir erkennen, dass Investoren ihren Nutzen maximieren, wenn Investitionsentscheidungen mit der Kapitalwertmethode getroffen werden: **Investitionsentscheidungen sind delegierbar.**

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheorem

Theorien in der
Ökonomie

Fishers Theorie
des Zinses

Separationstheoreme

- ▶ Definitionen sind zweckmäßig, Annahmen sind immer unrealistisch (weil einschränkend), Theoreme muss man an der Realität messen
- ▶ Fisher: Investitionsentscheidungen sind delegierbar, Zins bestimmt sich aus Gegenwartspräferenz (und nicht Angebot und Nachfrage)
- ▶ wenn Geld lagerfähig, dann ist sogar Zins ≥ 0