

Investition & Finanzierung

2b. Investitionsrechnung mit Steuern

Univ.-Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler



Steuern

Intuition

Beispiel



In Nordkorea gab es keine Steuern (dafür Lebensmittelmarken).

Bisher haben wir Steuern in unseren Überlegungen vernachlässigt. Dies ist eine sehr grobe Einschränkung: Jeder zahlt Steuern.

Wie verändern Steuern den NPV?

Es gibt etwa 50 Steuern in Deutschland. Nur wenige sind für uns wichtig.

Steuern

Intuition

Beispiel

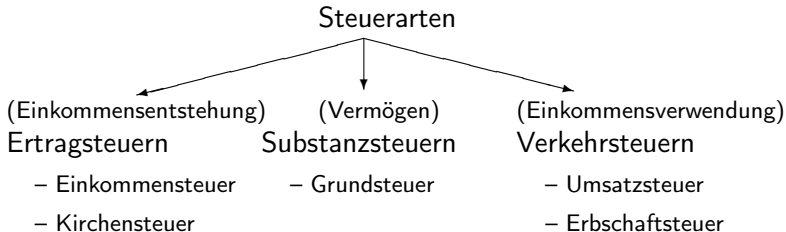


Abbildung: Drei Klassen von Steuern

Steuern

Intuition

Beispiel

Steuersubjekt Investor

Steuerobjekt Cashflows und Zinsen (beachte: $t \geq 1$)

Steuerzahlung = Tarif · Bemessungsgrundlage

Tarif ist (hier) konstant und gleich s . Bemessungsgrundlage ist Gewinn bzw. Verlust (mit sofortigem Verlustausgleich).

Beginnen wir mit der **Kapitalmarktanlage**. Hier entspricht der Gewinn/Verlust dem Zins:

$$\text{BMG} = \text{Gewinn/Verlust in } t = K_{t-1} \cdot i.$$

Steuern

Intuition

Beispiel

Bei einer **Realinvestition** benötigen Regeln zur Abschreibung:

I_0 Investitionsausgabe

T Laufzeit der Investition

AfA Abschreibung¹ pro Periode, so dass $T \cdot AfA = I_0$

Die Bemessungsgrundlage ist dann

$$\text{BMG} = \text{Gewinn/Verlust in } t = CF_t - AfA.$$

¹Hier nur lineare Abschreibungen.

Wie sollte ein NPV mit Steuern aussehen? ◀ 5 ▶

Steuern

Intuition

Beispiel

Steuern beeinflussen die Cashflows und die Zinsen.

$$NPV := -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+i)^t}$$

NPV ohne Steuern.

Steuern beeinflussen die **Cashflows** und die Zinsen.

$$NPV := -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t - s \cdot (CF_t - AfA)}{(1+i)^t}$$

Cashflows werden um Steuern auf Gewinn/Verlust der Realinvestition gemindert (Netto-Cashflows vs. Brutto-Cashflows).

Steuern

Intuition

Beispiel

Steuern beeinflussen die Cashflows und die **Zinsen**.

$$NPV := -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t - s \cdot (CF_t - AfA)}{(1 + i \cdot (1 - s))^t}$$

Zinsen werden besteuert (Intuition: an der Quelle).

Steuern

Intuition

Beispiel

Steuern beeinflussen die Cashflows und die Zinsen. Wir definieren:

$$NPV^s := -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t - s \cdot (CF_t - AfA)}{(1 + i \cdot (1 - s))^t}$$

NPV mit Steuern.

Steuern

Intuition

Beispiel

Wir unterstellen $s = 50\%$, $i = 10\%$.

Zeitpunkte Abzinsungsfaktoren	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
Cashflows	-70,00	50,00	70,00	0,00

Steuern

Intuition

Beispiel

Wir unterstellen $s = 50\%$, $i = 10\%$. Daraus ergibt sich
 $i(1 - s) = 5\%$.

Zeitpunkte	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
Abzinsungsfaktoren (mit Steuern)	1	0,95238	0,90703	0,86384
Cashflows	-70,00	50,00	70,00	0,00

Steuern

Intuition

Beispiel

Wir unterstellen $s = 50\%$, $i = 10\%$. Daraus ergibt sich $i(1 - s) = 5\%$. Die Abschreibung ist $\frac{70}{3} \approx 23,33$.

Zeitpunkte	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
Abzinsungsfaktoren (mit Steuern)	1	0,95238	0,90703	0,86384
Cashflows	-70,00	50,00	70,00	0,00
Gewinn/Verlust		26,67	46,67	-23,33

Steuern

Intuition

Beispiel

Wir unterstellen $s = 50\%$, $i = 10\%$. Daraus ergibt sich $i(1 - s) = 5\%$. Die Abschreibung ist $\frac{70}{3} \approx 23,33$.

Zeitpunkte Abzinsungsfaktoren (mit Steuern)	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
Cashflows	-70,00	50,00	70,00	0,00
Gewinn/Verlust		26,67	46,67	-23,33
Steuern	0,00	-13,33	-23,33	11,67

Steuern

Intuition

Beispiel

Wir unterstellen $s = 50\%$, $i = 10\%$. Daraus ergibt sich $i(1 - s) = 5\%$. Die Abschreibung ist $\frac{70}{3} \approx 23,33$.

Zeitpunkte	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
Abzinsungsfaktoren (mit Steuern)	1	0,95238	0,90703	0,86384
Cashflows	-70,00	50,00	70,00	0,00
Gewinn/Verlust		26,67	46,67	-23,33
Steuern	0,00	-13,33	-23,33	11,67
Netto-Cashflows	-70,00	36,67	46,67	11,67

Wir unterstellen $s = 50\%$, $i = 10\%$. Daraus ergibt sich $i(1 - s) = 5\%$. Die Abschreibung ist $\frac{70}{3} \approx 23,33$.

Steuern

Intuition

Beispiel

Zeitpunkte Abzinsungsfaktoren (mit Steuern)	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
Cashflows	-70,00	50,00	70,00	0,00
Gewinn/Verlust		26,67	46,67	-23,33
Steuern	0,00	-13,33	-23,33	11,67
Netto-Cashflows	-70,00	36,67	46,67	11,67

Der Kapitalwert mit Steuern ist nun $NPV^s \approx 17,34$ (der Wert ohne Steuern war 33,31).

Steuern

Intuition

Beispiel

Wieder zeigen wir, dass Kapitalwert und Endvermögensmaximierung (diesmal mit Steuern) gemeinsame Zielsetzungen beschreiben.

Satz: Es gebe eine Ertragsteuer. Dann gilt für Projekte A und B:

Endkontostand A größer als B \iff $NPV^s(A) > NPV^s(B)$

Dazu schauen wir uns die Budgetgleichungen genauer an:

$$K_0 = M_0 - C_0 - I_0$$

$$K_t = M_t - C_t + CF_t + (1 + i) \cdot K_{t-1}$$

Wieder zeigen wir, dass Kapitalwert und Endvermögensmaximierung (diesmal mit Steuern) gemeinsame Zielsetzungen beschreiben.

Steuern

Intuition

Beispiel

Satz: Es gebe eine Ertragsteuer. Dann gilt für Projekte A und B:

Endkontostand A größer als B \iff $NPV^s(A) > NPV^s(B)$

Dazu schauen wir uns die Budgetgleichungen genauer an:

$$K_0 = M_0 - C_0 - I_0$$

$$K_t = M_t - C_t + CF_t - s(CF_t - AfA) + (1 + i) \cdot K_{t-1} - i \cdot s \cdot K_{t-1}$$

Wir erkennen die Steuern auf die Realinvestition sowie auf die Zinseinkünfte aus der Kapitalmarktanlage.

Steuern

Intuition

Beispiel

$$K_1 = M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA) + (1 + i(1 - s)) \cdot K_0$$

Steuern

Intuition

Beispiel

$$\begin{aligned}K_1 &= M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA) + (1 + i(1 - s)) \cdot K_0 \\ &= M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA) + (1 + i \cdot (1 - s)) \cdot (M_0 - C_0 - I_0)\end{aligned}$$

Steuern

Intuition

Beispiel

$$\begin{aligned}K_1 &= M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA) + (1 + i(1 - s)) \cdot K_0 \\ &= M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA) + (1 + i \cdot (1 - s)) \cdot (M_0 - C_0 - I_0) \\ K_2 &= M_2 - C_2 + CF_2 - s(CF_2 - AfA) + (1 + i \cdot (1 - s)) \cdot K_1\end{aligned}$$

Steuern

Intuition

Beispiel

$$\begin{aligned}K_1 &= M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA) + (1 + i(1 - s)) \cdot K_0 \\ &= M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA) + (1 + i \cdot (1 - s)) \cdot (M_0 - C_0 - I_0) \\ K_2 &= M_2 - C_2 + CF_2 - s(CF_2 - AfA) + (1 + i \cdot (1 - s)) \cdot K_1 \\ &= M_2 - C_2 + CF_2 - s(CF_2 - AfA) \\ &\quad + (1 + i \cdot (1 - s)) \cdot (M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA)) \\ &\quad + (1 + i \cdot (1 - s))^2 \cdot (M_0 - C_0 - I_0)\end{aligned}$$

Steuern

Intuition

Beispiel

$$\begin{aligned}
 K_1 &= M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA) + (1 + i(1 - s)) \cdot K_0 \\
 &= M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA) + (1 + i \cdot (1 - s)) \cdot (M_0 - C_0 - I_0) \\
 K_2 &= M_2 - C_2 + CF_2 - s(CF_2 - AfA) + (1 + i \cdot (1 - s)) \cdot K_1 \\
 &= M_2 - C_2 + CF_2 - s(CF_2 - AfA) \\
 &\quad + (1 + i \cdot (1 - s)) \cdot (M_1 - C_1 + CF_1 - s(CF_1 - AfA)) \\
 &\quad + (1 + i \cdot (1 - s))^2 \cdot (M_0 - C_0 - I_0) \\
 &= \sum_{t=0}^2 (1 + i \cdot (1 - s))^{2-t} \cdot (M_t - C_t) \\
 &\quad - (1 + i \cdot (1 - s))^2 \cdot I_0 + \sum_{t=1}^2 (1 + i \cdot (1 - s))^{2-t} \cdot (CF_t - s(CF_t - AfA))
 \end{aligned}$$

◁ 9 ▷

Es ergibt sich nach beständigem Einsetzen der Zusammenhang

Steuern

Intuition

Beispiel

$$K_T = \underbrace{\sum_{t=0}^T (1 + i(1 - s))^{T-t} \cdot (M_t - C_t)}_{\text{projektunabhängig}}$$

Kapitalwert bei Einkommensteuer

$$+ \underbrace{(1 + i(1 - s))^T \left(-I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t - s(CF_t - AfA)}{(1 + i \cdot (1 - s))^t} \right)}_{\text{projektabhängig}}$$

Im Grunde wurde beim Beweis der Cashflow CF_t durch $CF_t - s(CF_t - AfA)$ und der Zinssatz i durch $i \cdot (1 - s)$ ersetzt. Das Ergebnis ist nicht (mehr) überraschend.

Steuern

Intuition

Beispiel

- ▶ Eine Ertragsteuer kann den Kapitalwert einer Investition beeinflussen.
- ▶ Will man Ertragsteuern berücksichtigen, so ist der Brutto-Cashflow durch den Netto-Cashflow und der (Vor-Steuer) Zins durch den versteuerten Zinssatz zu ersetzen.