Derivate und ihre Bewertung

Put-Call-Parität

Univ.-Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler (AL@wacc.de)

Freie Universität Berlin

Version vom 27. März 2026

Arbitragen sind Möglichkeiten, ohne Ausgaben sichere Gewinne zu erzielen. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn

- identische Produkte verschiedene Preise haben,
- das Ganze mehr oder weniger Wert ist als die Summe der Teile.

In beiden Fällen kann man ohne Kosten (Transaktions–, Informationskosten und Steuern vernachlässigen wir) sichere Gewinne erzielen.

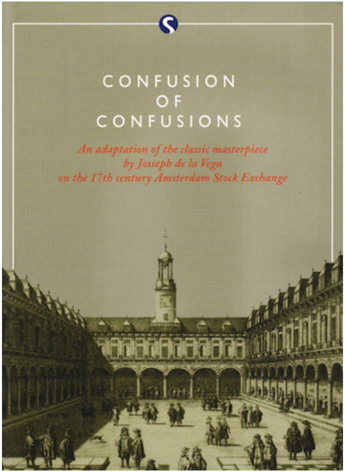
Gibt es weniger offensichtliche Arbitragen? Einer wenden wir uns nun zu.

Dabei werden wir auch von Leerverkäufen Gebrauch machen.

Ein Leerverkauf bedeutet den Verkauf eines Wertpapiers, das man gar nicht besitzt. Dazu borgt man es, um es bei der Rückgabe – möglichst billiger – zu kaufen.

Bei Leerverkäufen verlangen die Aktienhändler erhebliche Sicherheiten, die aber auch in Form anderer Wertpapiere erbracht werden können und die man beim Gegengeschäft zurück erhält, so dass sie keine echten Ausgaben darstellen.

Teilweise wird behauptet, dass sich die Put-Call-Parität bereits bei de la Vega findet



Dort steht nichts zur Put-Call-Parität

Statt dessen findet sich die Parität zuerst als mathematische Kuriosität in dem Buch von Bronzin ("Theorie der Prämiengeschäfte", 1908), der sogar fast die Black-Scholes-Formel entdeckt. Aber. . .

Viel hielt Bronzin nicht von seinen Gleichungen.

V. Bronzin, Theorie der Prämiengeschäfte. F. Deuticke, Wien 1908.

In zwei Teilen entwickelt der Verfasser die verschiedenen Formeln und die gegenseitige Beziehung derselben in den börsenmäßigen Prämiengeschäften. Der erste Teil ist der Aufzählung dieser Formeln gewidmet, während im zweiten Teile versucht wird, Anhaltspunkte für die mathematische Berechnung der Prämien zu geben. Zu diesem Zwecke werden die Prämien für die verschiedenen Börsengeschäfte als Funktionen der Wahrscheinlichkeit von Kursschwankungen dargestellt und für spezielle Gestalten dieser Wahrscheinlichkeitsfunktion ausgerechnet. Es ist kaum anzunehmen, daß die bezüglichen Resultate einen besonderen praktischen Wert erlangen können, wie ja übrigens auch der Verfasser selbst andeutet.

Aus einer zeitgenössischen Rezension

The Journal of FINANCE

VOL. XXIV DECEMBER 1969 No. 5

THE RELATIONSHIP BETWEEN PUT AND CALL OPTION PRICES

HANS R. STOLL*

I. INTRODUCTION

THE GROWTH IN THE VOLUME of stock market activity and the increased sophistication of investors has brought with it greater interest and activity in the related, albeit more complicated, put and call option market. The put and call market is a kind of futures market in stocks (with important differences) which has never generated the volume of trading activity of the commodity futures markets. As the stock market continues to grow, this situation is, however, likely to change.

Der eigentliche Entdecker der Parität ist Hans Stoll (1939-2020), Vanderbilt University (Nashville, TN).

Eine Aktie wird heute zum Preis S_0 gehandelt und verspreche in der Zukunft einen unsicheren Ertrag $\tilde{S}_1$. Ebenso werde heute ein europäischer Call zum Preis von C_0 und ein europäischer Put zum Preis von P_0 angeboten.

Die Optionen haben identische Laufzeit und identischen Ausübungspreis K, die Aktie zahlt keine Dividende.

Put–Call–Parität Ein Marktteilnehmer, der

- diese Aktie erwirbt,
- den europäischen Put kauft und
- den europäischen Call verkauft,

nimmt eine vollkommen risikolose Position ein.

Intuition: In unserem Portfolio wird die Aktie im Zeitpunkt $t = 1$ auf jeden Fall zum Preis K verkauft.

Beweis:

Finanztitel	Preis in $t = 0$	Rückflüsse in $t = 1$	
		$\tilde{S}_1 > K$	$\tilde{S}_1 \leq K$
Kauf einer Aktie	S_0	$\tilde{S}_1$	$\tilde{S}_1$
Kauf einer Verkaufsoption	P_0	0	$K - \tilde{S}_1$
Verkauf einer Kaufoption	$-C_0$	$K - \tilde{S}_1$	0
Portfolio	$S_0 + P_0 - C_0$	K	K

Tabelle: Put–Call–Parität

Also

$$(1 + r_f)(S_0 + P_0 - C_0) = K. \tag{1}$$

Anmerkung: man benötigt europäische Optionen und Aktien ohne Dividenden!