

Derivate und ihre Bewertung

Ein erster Blick auf Derivate

Univ.-Prof. Dr. Dr. Andreas Löffler (AL@wacc.de)



Version vom 27. März 2026

Ein erster Blick auf Derivate

Unbedingte Termingeschäfte

Forwards

Futures

Swaps

Motive für den Einsatz von Termingeschäften

Kostenvorteile

Hedging

Bedingte Termingeschäfte

Puts und Calls

Zusammengesetzte Positionen

Exoten

Man kann Derivate nach dem Typ des underlying klassifizieren:
Zinsderivate, Aktienderivate, Rohstoffderivate, Währungsderivate.

Im Rahmen dieser Vorlesung wollen wir uns mit folgenden Fragen auseinander setzen:

- ▶ Wer profitiert vom Einsatz dieser Derivate?
- ▶ Wie bilden sich Preise dieser Derivate?

Dabei werden wir das Prinzip der Arbitragefreiheit nutzen: **Keine Gewinne ohne Ausgaben** oder **Nichts umsonst**.

Wir unterscheiden drei Zeitpunkte

t_0 der Zeitpunkt des Vertragsabschlusses

t_1 der Zeitpunkt, an dem die Ware geliefert wird und

t_2 der Zeitpunkt, an dem bezahlt wird.

Alle drei Zeitpunkte können sowohl zusammen fallen als auch voneinander verschieden sein.

Von einem spot Geschäft (Kassageschäft) spricht man, wenn $t_0 = t_1$ gilt. Sonst handelt es sich um ein Termingeschäft. In dieser Vorlesung interessieren nur Termingeschäfte.

Bei den Termingeschäften unterscheidet man zwischen

bedingte werden nur unter bestimmten Bedingungen
ausgeführt (Optionen)

unbedingte Termingeschäfte werden bedingungslos ausgeführt
(Forwards, Futures)

Noch zur Sprechweise: wir sagen statt verkaufen auch “short halten”, statt kaufen auch “long halten”.

Ein Beispiel für einen Forward: “Person A vereinbart mit Person B, in genau einem Jahr insgesamt 12.5 kg Kakao der Qualität ‘Arriba Superior Selecto’ **zum Preis von F_0 €** zu liefern.”

Die Besonderheiten der Forwards sind

- ▶ **heute** wird zukünftiger Preis vereinbart,
- ▶ beliebige Liefermenge, Qualität, Lieferzeit möglich

Diese Vertragsstruktur hat Vorteile (passgenaue Absicherung), aber auch Nachteile (sehr schwer Vertragspartner zu finden, Ausfallrisiko trägt andere Partei).

Forward Preis ist der Preis, zu dem die Lieferung erfolgen wird und den man (in $t = 0$) vereinbart hatte

Marktpreis des Forwards ist der Preis, den dieser Vertrag in späteren Zeitpunkten (also $t > 0$) hat. Dieser Marktpreis schwankt, weil sich die Marktbedingungen ändern.

Beispiel: In 0 wurde die Lieferung eines Gutes zu F_0 vereinbart, in t muss man nun aber F_t zahlen. Wer jetzt aussteigen will, muss für die Differenz $F_t - F_0$ aufkommen. Da aber die Lieferung erst in T erfolgt, muss die Differenz auch noch verzinst werden:

$$\text{Marktpreis } V_t = (1 + r_f)^{T-t}(F_t - F_0).$$

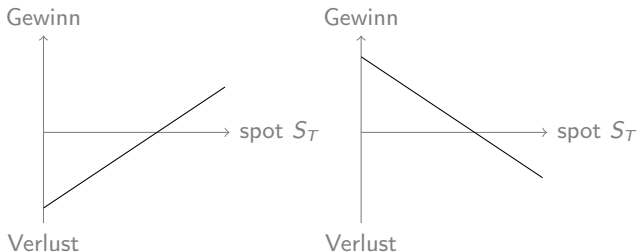


Abbildung: Long- (Käufer-) und Short- (Verkäufer-)Position eines Forwards

Der Future will die Nachteile des Forward überwinden:

- ▶ Liefermenge, Qualität, Lieferzeit werden standardisiert
- ▶ Handel läuft über ein Clearinghaus, das Sicherheiten ("margins") verlangt

Wie hoch sind diese Sicherheiten? Dazu betrachten wir nicht nur einen Forward zum Zeitpunkt $t = 0$, sondern alle denkbaren Forwards bis zum Ausübungszeitpunkt T .

im Zeitpunkt $t = 0$ vereinbarter Forwardpreis für Lieferung in T ist F_0

im Zeitpunkt $t = 1$ vereinbarter Forwardpreis für Lieferung in T ist F_1

...

im Zeitpunkt $t = T$ vereinbarter Forwardpreis für Lieferung in T ist $F_T = S_T$ (spot Preis)

t=0 (Käufer) Ein Käufer schließt in $t = 0$ einen Future ab: er will in T zum Preis von F_0 kaufen.

t=1 (Verkäufer) Wie hoch ist der Verlust für einen Verkäufer (die Gegenseite), wenn der Käufer in $t = 1$ ausfällt?

Der Verkäufer müsste einen neuen Future zum Verkauf in T erwerben, der vereinbarte Preis wäre F_1 . Wenn $F_1 < F_0$, dann könnte der Verkäufer nur zu F_1 statt F_0 verkaufen. Das Verlustrisiko des Verkäufers beträgt also $F_0 - F_1$.

⇒ Also verlangt das Clearinghaus vom Käufer dieses Risiko $F_0 - F_1$ als Margin. Dieser Betrag wird auf das Konto des Verkäufers gezahlt. (Keine Verzinsung der margins!)

⇒ Analog ist vorzugehen, wenn $F_0 < F_1$ gilt.

⇒ Analog ist in späteren Zeitpunkten vorzugehen.

t	Futurepreis	margin in t zu leisten vom	
		Käufer	Verkäufer
0	F_0	0	0
1	F_1	$F_0 - F_1$	$F_1 - F_0$
2	F_2	$F_1 - F_2$	$F_2 - F_1$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$T - 1$	F_{T-1}	$F_{T-2} - F_{T-1}$	$F_{T-1} - F_{T-2}$
T	$F_T (= S_T)$	$F_{T-1} - F_T$	$F_T - F_{T-1}$
Σ_t		$F_0 - S_T$	$S_T - F_0$

Abbildung: margins bei einem Future

Nehmen wir an $F_0 < S_T$. Bei Handelsende hat der Verkäufer dem Käufer $S_T - F_0$ gezahlt. Der Käufer kassiert diese margin und kauft auf dem Spotmarkt zu S_T – und zahlt so nur F_0 (man liefert nicht, sondern gleicht durch margin den Fehlbetrag aus). Man nennt dies glatt stellen (to settle).

Analog bei $S_T < F_0$...

Futures weisen diverse weitere Optionen auf

quantity option gestatten Abweichungen von der zu liefernden
Menge

quality option gestatten Abweichungen von der zu liefernden
Qualität (cheapest to deliver)

location option gestatten Abweichungen vom Lieferort

wildcard option erlauben es, spätere Kursschwankungen des spot
Marktes zu ignorieren

Swappeschäfte tauschen Verpflichtungen beider Seiten. Typisch sind

Zinsswaps sind Tausch fester gegen variabler Zinsansprüche.

Währungsswaps sind Tausch festverzinslicher Position einer
Währung gegen eine andere Währung.

und Kombinationen beider Swaps.

Swaps sind nie standardisiert und immer OTC (over-the-counter).

Termingeschäfte werden eingesetzt bei komparativen Kostenvorteilen. Dazu ein Beispiel eines (einperiodigen) Währungsswaps.

Unternehmen CaMo	Unternehmen DeMu	zahlt
16%	13%	in De
10%	15%	in Ca

CaMo möchte in De und DeMu in Ca aktiv werden (jeweils 1 Mio). Dies sind jeweils die ungünstigen Zinskonditionen. Hier bietet sich ein Zinsswap an.

- ▶ CaMo nimmt Kredit (10%) in Ca auf, reicht ihn an DeMu weiter. DeMu zahlt Zinsen an CaMo.
- ▶ DeMu nimmt Kredit (13%) in De auf, reicht ihn an CaMo weiter. CaMo zahlt Zinsen an DeMu.

Für beide Seiten vorteilhaft, denn

- ▶ DeMu spart so $2\% \cdot 1 \text{ Million} = 20.000 \text{ Ca-}\$$
- ▶ CaMo spart so $6\% \cdot 1 \text{ Million} = 60.000 \text{ Eur}$

Eventuell muss CaMo an DeMu Geld für Swap zahlen: Vorteil größer.

Investitionsprojekte sind mit den Risiken verbunden, wie beispielsweise

- ▶ Absatzmengen- und Absatzpreisrisiken,
- ▶ Zinsänderungsrisiken und
- ▶ Währungsänderungsrisiken.

Unter *hedging* versteht man die Eliminierung solcher Risiken durch den Abschluss von Termingeschäfte.

Wir benötigen ein bestimmtes Gut und können nur Forwards in einem Verhältnis h zu einem anderen Gut erwerben. S_T bezeichnet den Spotpreis des Gutes und \hat{F}_0 den Preis des Forwards des anderen Gutes; der Spotpreis des anderen Gutes ist \hat{S}_T . Die Absicherungsstrategie: Kauf von h Forwards!

Unsere Vermögensposition in t ist genau $\underbrace{-S_T}_{\text{Kauf}} + \overbrace{h(\hat{S}_T - \hat{F}_0)}^{\text{Absicherung}}$.

Wir bestimmen die optimale Absicherungsstrategie durch die Forderung *minimiere Varianz der Vermögensposition*:

$$\min_h \text{Var}[-S_T + h(\hat{S}_T - \hat{F}_0)]$$

Das lässt sich umformen zu

$$\min_h \text{Var}[-S_T] + h^2 \text{Var}[\hat{S}_T] - 2h \text{Cov}[S_T, \hat{S}_T]$$

und nach 1. Ableitung Null setzen erhalten wir

$$0 = 2h \text{Var}[\hat{S}_T] - 2 \text{Cov}[S_T, \hat{S}_T].$$

Wenn ρ der Korrelationskoeffizient von S_T und \hat{S}_T ist, dann ergibt sich

$$h = \rho \sqrt{\frac{\text{Var}[S_T]}{\text{Var}[\hat{S}_T]}}$$

Optionen sind bedingte Termingeschäfte (“Wetten”). Man zahlt im Gegensatz zu Futures und Forwards in t_0 eine Prämie (“Wetteinsatz”), kann aber als Inhaber unter Umständen auf die Lieferung/Leistung verzichten (“Wette verloren”). Die Gegenseite muss immer liefern (“Stillhalter”).

Wir unterscheiden unter anderem

Europäische Optionen können nur am Laufzeitende ausgeübt werden.

Amerikanische Optionen können während der gesamten Laufzeit ausgeübt werden.

Bermuda Optionen können zu bestimmten Zeiten während der Laufzeit ausgeübt werden.

Die wichtigsten Optionen sind Puts und Calls, zusammen als Vanilla Options bezeichnet.

Optionsgeschäfte galten vor Mitte des 20. Jahrhunderts als hochriskant. Und insbesondere Optionen wurden in den USA anders reguliert (ja teilweise ganz verboten) als in Europa.

Paul Samuelson erzählt die Geschichte:

... to get a practitioner's perspective in preparation for his [Samuelson's] research, he went to New York to meet with a well-known put and call dealer (there were no traded options exchanges until 1973) who happened to be Swiss. Upon his identifying himself and explaining what he had in mind, Samuelson was quickly told, "You are wasting your time – it takes a European mind to understand options."

Later on, when writing his paper, Samuelson thus chose the term European for the relatively simple(-minded)-to-value option contract that can only be exercised at expiration and American for the considerably more-(complex)-to-value option contract that could be exercised early, any time on or before its expiration date.

Zitat: <https://www.youtube.com/watch?v=RblzwTGN3Yc> (09:30)

Ein besonders drastisches Beispiel sind Russische Optionen. Eingeführt von Shepp (USA) und Shiryajew (Russland), die schreiben:

... To our knowledge no such regretless option is currently traded in any existing market [mW hat sich das bis heute nicht geändert – AL] despite its evident appeal. We call it the Russian option. . . [because] the solution of the stopping problem is derived by the so-called principle of smooth fit, which was first enunciated by the great Russian mathematician A.N. Kolmogorov.

Bei einem Call erwirbt der Käufer das Recht, eine bestimmte Ware (“underlying”) zu einem bestimmten Preis K (“Ausübungspreis”) zu einem bestimmten Zeitpunkt (“Fälligkeit”) zu kaufen.

Ist der Kassapreis S höher als der Ausübungspreis, wird ausgeübt:

$$\text{Auszahlung} = \max(S_T - K, 0).$$

Anderenfalls verfällt die Option für den Inhaber.

Der innere Wert der Option ist

$$\text{innerer Wert in } t = \max(S_t - K, 0).$$

Man sagt die Option sei “im Gelde” (auch in-the-money), wenn der innere Wert positiv ist. Sie ist “am Gelde” (auch at-the-money), wenn der Kassakurs und der Ausübungspreis zusammenfallen.

Bei einem Put erwirbt der Käufer das Recht, eine bestimmte Ware (“underlying”) zu einem bestimmten Preis K (“Ausübungspreis”) zu einem bestimmten Zeitpunkt (“Fälligkeit”) zu verkaufen.

Ist der Kassapreis S geringer als der Ausübungspreis, wird ausgeübt:

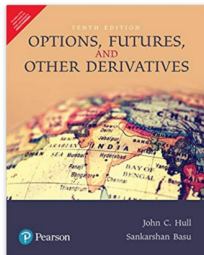
$$\text{Auszahlung} = \max(K - S_T, 0).$$

Anderenfalls verfällt die Option für den Inhaber.

Der innere Wert der Option ist

$$\text{innerer Wert in } t = \max(K - S_t, 0).$$

Man sagt die Option sei “im Gelde” (auch in-the-money), wenn der innere Wert positiv ist. Sie ist “am Gelde” (auch at-the-money), wenn der Kassakurs und der Ausübungspreis zusammenfallen.



Options, Futures, and Other Derivatives (Tenth 10th Edition) (Englisch)

Taschenbuch – 1. Januar 2018

von John C Hull (Autor)

★★★★☆ 74 Sternebewertungen

[Alle Formate und Ausgaben anzeigen](#)

Taschenbuch

21,25 €

3 Gebraucht ab 30,72 €

13 Neu ab 21,25 €

Lieferung: **31. Aug. - 10. Sept.** [Siehe Details.](#)

Please Read Notes: Brand New, International Softcover Edition, Printed in black and white pages, minor self wear on the cover or pages, Sale restriction may be printed on the book, but Book name, contents, and author are exactly same as Hardcover Edition. Fast delivery through DHL/FedEx express.

[Falsche Produktinformationen melden](#)

naked position wenn nur ein Asset (also ein Vanilla oder eine Aktie) gehalten wird,

hedge position wenn neben einer Vanilla noch der zugrunde liegende Titel gehalten wird,

spread wenn zwei Vanillas eines Typs (also nur calls oder nur puts) einmal long und einmal short gehalten werden,

combinations wenn zwei Vanillas verschiedenen Typs nur long oder nur short gehalten werden.

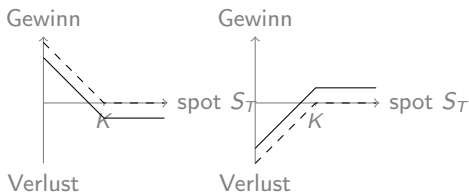


Abbildung: Long- und Short-Position eines Puts

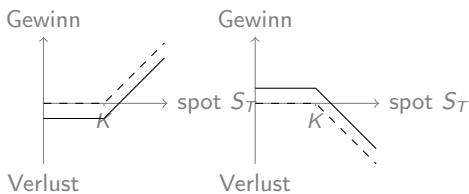


Abbildung: Long- und Short-Position eines Calls

Hier hält der Händler sowohl die Option als auch das underlying. Da Verhältnis, in dem sich Option und zugrunde liegende Aktie im Portfolio befinden, wird auch hedge ratio genannt.

Eine hedge ratio von 1:2 bedeutet also, dass im Portfolio zu einer Option zwei Aktien gehalten werden. Die Abbildung zeigt eine hedge ratio von 1:1 (ein Call Basispreis K short und eine Aktie zum Preis K long).

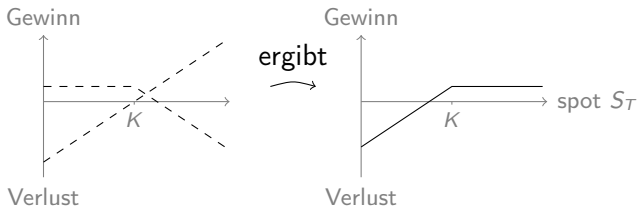


Abbildung: Call short und Aktie long: Hedge position

bullish spread wenn der Halter von wachsenden Kursen profitiert
und

bearish spread wenn der Halter von fallenden Kursen profitiert.

vertical spread nur Ausübungspreis variiert

horizontal spread wenn Ausübungszeitpunkt variiert

diagonal spread wenn beide variieren

Abbildung: Vertical bullish call spread.

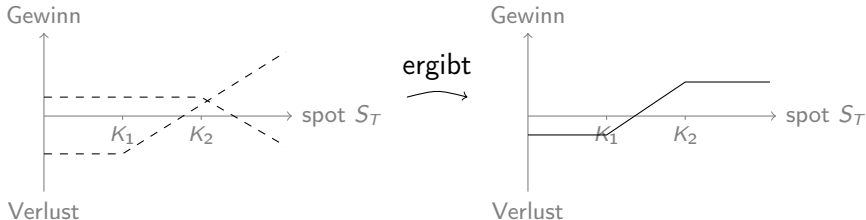


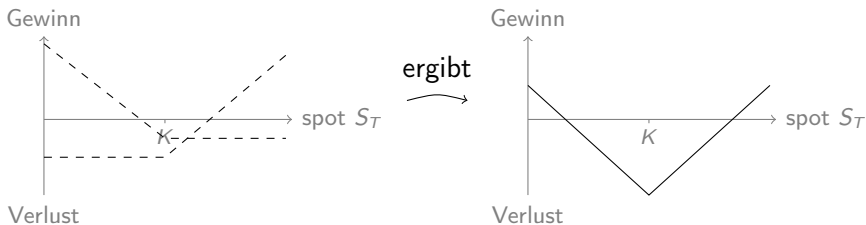
Tabelle: Preise für Call Optionen.

Ausübungspr.	Apr	Jul	Okt
25	15,06	–	–
30	10,88	12,12	–
35	7,00	8,69	–
40	4,01	5,75	7,38

straddle ist eine Position bestehend aus Call und Put mit identischem Ausübungspreis

strangle ist eine Position mit verschiedenen Ausübungspreisen

Abbildung: Straddle.



Exotische Optionen haben andere Auszahlungsstrukturen als klassische Optionen (Vanillas): der Gewinn orientiert sich nicht am Kassakurs, sondern daraus gebildeten Zahlen (Durchschnitt, Maximum etc.).

Bei **Asiatischen Optionen** kauft/verkauft man nicht zum aktuellen Preis, sondern zum Durchschnittskurs einer Aktie. Die Optionen sind damit "pfadabhängig". Der Durchschnitt kann zeitdiskret oder stetig, geometrisch oder arithmetisch sein...

Ein asiatischer Call zahlt

$$\text{Auszahlung} = \max \left(\frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T S_t - K, 0 \right)$$

und für den Fall eines asiatischen Puts

$$\text{Auszahlung} = \max \left(K - \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T S_t, 0 \right)$$

Bei **Lookbacks** kauft/verkauft man nicht zum aktuellen Preis, sondern zum Höchstkurs einer Aktie und sind ebenfalls pfadabhängig.

Ein lookback call zahlt

$$\text{Auszahlung} = \max \left(\max_{0 \leq t \leq T} S_t - K, 0 \right),$$

Bei einer **binary option** kauft man zu einem Festpreis ("richtige Wette"). Der binary call verspricht

$$\text{Auszahlung} = \begin{cases} B & \text{wenn } S_T \geq K, \\ 0 & \text{wenn } S_T < K, \end{cases}$$

für eine feste Zahl B .